МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. Ломоносова

Факультет вычислительной математики и кибернетики

---

Курс "Методы дискретной оптимизации"

# Доказательство теоремы о тета-подграфе

**Выполнил:** Михаил Аграновский,
студент 421 учебной группы

Москва, 2018 г.

## Используемые формулировки

Граф называется **гамильтоновым**, если в нем существует гамильтонов цикл. **Гамильтоновым** называется цикл, проходящий через каждую вершину графа ровно один раз.

**Тэта-графом** называется граф, все вершины которого за исключением двух несмежных, имеют степень 2, а две указанные – стерень 3.

## Теорема

Каждый негамильтонов двусвязный граф содержит тэта-подграф.

## Доказательство

Рассмотрим негамильтонов двусвязный граф $G = (V, E)$ и в нем -- простой цикл $C$ максимальной длины.

$]\ (x, v) - \text{ребро графа } G: x \in C, v \in S.$ Рассмотрим вершины a, b цикла $C$, смежные с $x$. С – максимальный => $v$ не смежна ни с $a$, ни с $b$.

Удалим из $G$ вершину $x$. Полученный граф связен, ибо получен из двусвязного. В нем для каждой вершины $y \in C$ существует $(v, y) - \text{путь}$. $]P = (v, y_1)$—кратчайший из таких путей. $C$—максимальный цикл => $y_1 ! = a, y_1 ! = b$. Также $P$ не содержит вершин цикла $C$, отличных от $y_1$, ибо иначе можно было бы построить более короткую цепь. Значит, объединив $C \text{ и } P$, мы получим искомый тэта-подграф. ■